Épreuve officielle
Mardi 17 mars 2009
2°

Formule « Groupes » Exercices 0, 1, 2, 3 et 7

Formule « Classes » Exercices 0 à 8

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.
Les solutions partielles seront examinées.

Exercice n°0 — Questionnaire culturel

12 points

Compléter les deux pages de la feuille annexe. Elle doit être rendue avec les feuilles réponses.

Exercice n°1 — Triangle à bord carré

5 points

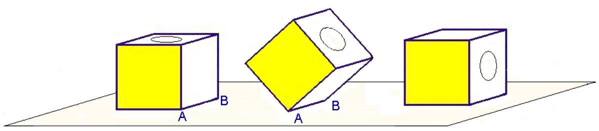
Quel est le nombre situé sous 1921 ?
Expliquer.

					1				
				2	3	4			
			5	6	7	8	9		
		10	11	12	13	14	15	16	
	17	18	19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	...	...	...	...			

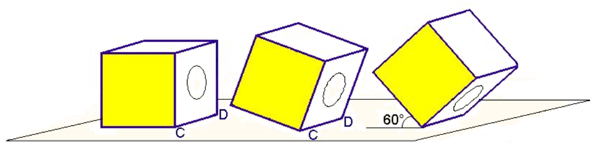
Exercice n°2 — Le cube lâche le bouillon

8 points

Un réservoir cubique de 1 m de côté possède sur sa face supérieure une ouverture circulaire de 40 cm de diamètre, dont le centre est le même que celui du carré. Il contient 305 L d'eau.



1. On bascule avec précaution le réservoir sur le côté autour de l'arête $[AB]$.
   Que se passe-t-il ?
2. Le réservoir est ensuite incliné selon un angle de 60° en le faisant basculer autour de l'arête $[CD]$. Il est maintenu dans cette position jusqu'à l'arrêt de l'écoulement.
   (a) On le remet dans sa position initiale. Quelle est la hauteur de l'eau restant dans le cube ? *On donnera la réponse en cm, arrondie au dixième.*
   (b) De quel angle aurait-il fallu incliner le cube pour qu'il restât 100 L ?



Exercice n°3 — Si l'essence m'était contée

5 points

Il était une fois, pendant le mois de septembre 2008, un touriste congolais, en vacances dans notre région pour visiter les châteaux de la Loire. Il releva les consommations de carburant de son véhicule. Il nota :
- Avec du SP 98 : 129,21 litres utilisés pour faire 1846,5 km.
- Avec du SP 95 : 120,44 litres utilisés pour faire 1563 km.

Dans la station-service où il s'était servi, le litre de SP 98 coûtait 1,252 € et celui de SP 95 1,209 €.
Quel était le carburant le plus avantageux ?

Tournez la page SVP ☞

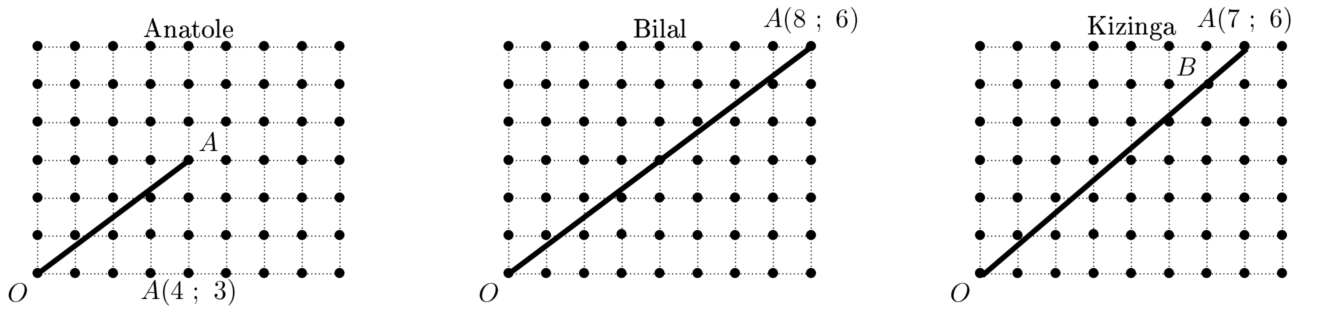
Exercice n°4 — Jeu en réseau

8 points

Lors d'un concours mathématique, chaque participant choisit à sa guise l'un des points d'un quadrillage que l'on note A. Ce point A est repéré par ses coordonnées (voir ci-dessous). Il trace ensuite le segment $[OA]$, le point O étant le point inférieur gauche du quadrillage, de coordonnées $(0\ ;\ 0)$.
On note alors :
- L la longueur du segment $[OA]$, arrondie au dixième (l'unité de longueur choisie est le côté d'un carré du quadrillage) ;
- N le nombre de points du quadrillage qui se trouvent sur le segment $[OA]$ (y compris ses deux extrémités O et A).

Le score de chaque participant est $S = 10L - 10N$. Le gagnant est celui qui réalise le plus grand score.

1. La demi-finale se joue sur un quadrillage 8×6. Anatole, Bilal et Kizinga font les propositions suivantes :



   (a) Kizinga affirme : « Mon segment contient deux points du quadrillage : les points O et A. ».
   Bilal répond : « Non, ton segment contient trois points du quadrillage : les points O, A et B $(6\ ;\ 5)$ sont alignés ! ».
   Qui a raison ? *Justifier autrement que par un dessin.*

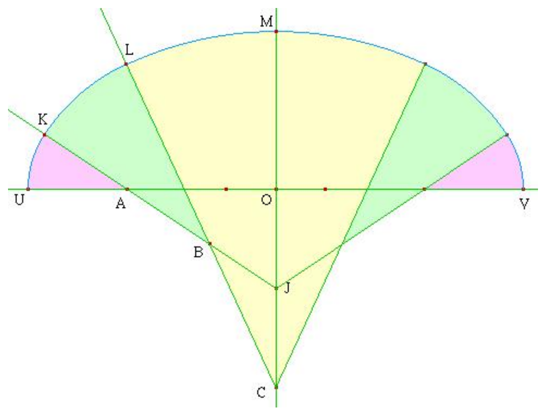
   (b) Montrer que Anatole a 30 points et Kizinga a 72 points. Combien de points a Bilal ?

   (c) Pourriez-vous obtenir un meilleur score que ces trois concurrents ?

2. La finale se joue maintenant sur un quadrillage 24×24.
   Pour cette finale, un bonus spécial de 100 points est accordé lorsque la longueur du segment $[OA]$ est un nombre entier. Faites une proposition qui vous permet de gagner, en donnant les coordonnées du point A choisi et votre score.

Exercice n°5 — L'anse de panier à 7 centres

5 points



Voici ci-dessous un programme de construction d'une anse de panier à 5 centres.

a) Tracer une droite horizontale. Placer sur la gauche un point U.

b) Placer un point A à droite de U et placer V sur $[UA)$ tel que $UV = 5UA$.

c) Tracer la médiatrice de $[UV]$. Elle coupe $[UV]$ en O.
Sur cette médiatrice, placer les points J et C, dans cet ordre, tels que $OJ = JC = UA$.

d) Tracer la demi-droite $[JA)$.

e) Le cercle de centre A passant par U coupe la demi-droite $[JA)$ en B et K ; ne conserver que l'arc $\widehat{UK}$;

f) Tracer la demi-droite $[CB)$.

g) Le cercle de centre B passant par K coupe la demi-droite $[CB)$ en L ; ne conserver que l'arc $\widehat{KL}$.

h) Le cercle de centre C passant par L coupe la médiatrice de $[UV]$ en M ; ne conserver que l'arc $\widehat{LM}$.

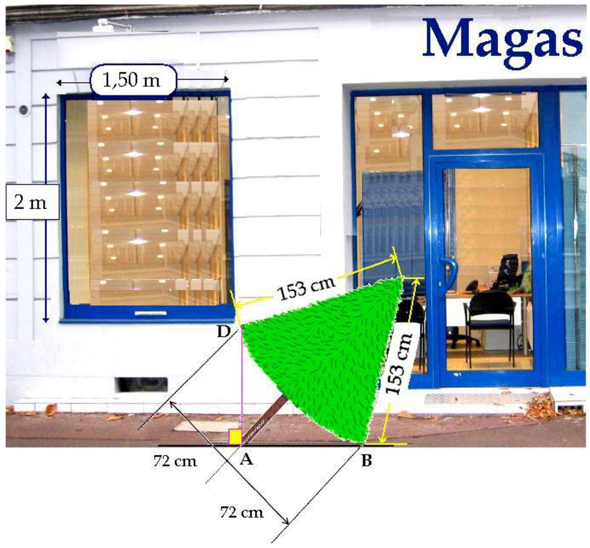
i) Construire l'arc $\widehat{MV}$, symétrique de $\widehat{MU}$ par un procédé analogue.

1. En adaptant le programme de construction ci-dessus, écrire un programme de construction qui permet de réaliser une anse de panier à sept centres.
2. Construire, avec le plus grand soin possible, une anse de panier à 7 centres, avec $[UV]$ mesurant 21 cm.

Tournez la page SVP ☞

Exercice n°6 — Un problème épineux

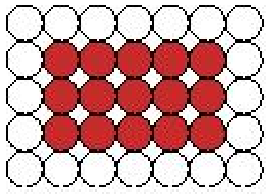
5 points



Pour décorer la vitrine de ce magasin, on utilise un sapin en matière plastique très rigide. Le livreur l'a déposé au sol (voir figure ci-contre qui n'est pas à l'échelle). Le décorateur s'aperçoit alors que le point D est exactement à la verticale du pied A du sapin. Le point B est situé sur le sol. Peut-on faire entrer ce sapin debout, sans le déformer, dans la vitrine de 2 m de hauteur et de 1,50 m de largeur ?

Exercice n°7 — Jeu, sets et maths ...

8 points

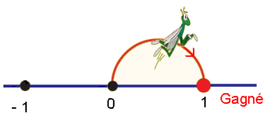
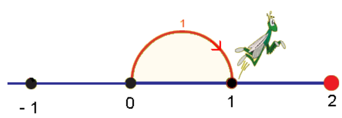
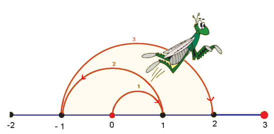
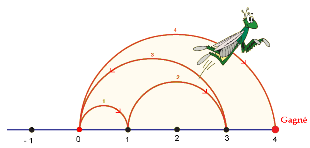


Mes amis avaient décoré leur table avec des sets comme celui-ci, rectangulaires et formés de disques joints les uns aux autres. Tous les sets étaient constitués de la même manière : des disques blancs à l'extérieur et des disques rouges à l'intérieur. J'avais remarqué qu'il y avait 20 disques blancs et 15 disques rouges.
Existe-t-il des sets de table constitués de la même façon mais comptant exactement le même nombre de disques rouges et de disques blancs ?

Exercice n°8 — Objectif 2009 !

12 points

Sur une ligne graduée régulièrement par les nombres entiers relatifs une sauterelle effectue, au départ de zéro, des bonds consécutifs de longueur croissante soit en avant soit en arrière. Elle doit commencer par un bond d'une unité, puis de deux unités à partir du point où elle se trouve, puis de trois unités à partir du nouveau point, etc ...
L'objectif pour elle est que son dernier bond (le n-ième) – de longueur n – lui permette de tomber exactement sur le nombre n. (au cours de ses bonds intermédiaires, elle a parfaitement le droit de dépasser le nombre n, ou même d'aller à gauche de 0).

<table>
<tr>
<td>$n = 1$

La sauterelle fait un bond de 1 unité en avant. Elle tombe en 1 ! Gagné !</td>
<td>$n = 2$

La sauterelle fait un bond de 1 unité vers l'avant, puis de 2 unités vers l'avant. Elle ne retombe pas en 2 mais en 3. Raté !</td>
</tr>
<tr>
<td>$n = 3$

La sauterelle effectue un bond de 1 unité vers l'avant, puis de 2 unités vers l'arrière, puis de 3 unités vers l'avant. En trois bonds, elle devait tomber en 3. Raté !</td>
<td>$n = 4$

La sauterelle effectue un bond de 1 puis de 2 unités vers l'avant puis de 3 (vers l'arrière) puis de 4 vers l'avant et tombe sur le 4 comme attendu. Gagné !</td>
</tr>
</table>

1. La sauterelle peut-elle atteindre 3 en 3 bonds ? 4 en 4 bonds ? 8 en 8 bonds ?
2. (a) Expliquer comment la sauterelle peut réussir à atteindre 5 en 5 bonds en dessinant ses mouvements sur une droite graduée.
   (b) Démontrer qu'elle peut atteindre 9 avec quatre bonds supplémentaires.
3. Soit N un entier positif.
   On considère que la sauterelle a pu atteindre N en N bonds. Peut-elle alors atteindre $N + 4$ en $N + 4$ bonds ?
4. Est-ce qu'une sauterelle très musclée et super-entraînée peut atteindre 2009 en 2009 bonds ?