Rallye 1997

Épreuve de préparation

Exercice n° 1 : (5 points)

Meccano

Quatre tiges de même longueur [AB], [BC], [CD] et [DE] sont placées de telle sorte que :

D est dans le prolongement de la tige [AB],
C est aligné avec A et E,
ADE est un triangle rectangle en D.

Quelle est la valeur de l'angle Â du triangle ADE ?

Réaliser le dessin avec une tige de longueur 6 cm.

Exercice n° 2 : (5 points)

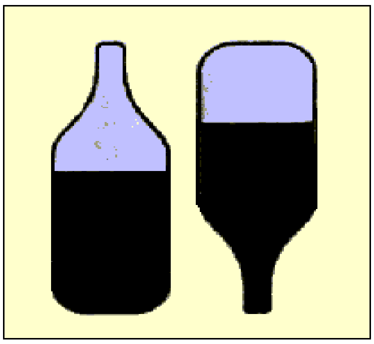
Balle au centre

Les ballons de football à 32 panneaux sont fabriqués sur le modèle d'un polyèdre dont les faces sont des pentagones et des hexagones réguliers.

Quel est le nombre d'arêtes de ce polyèdre ?

Exercice n° 3 : (5 points)

Air Liquide



Une bouteille d'un litre est constituée d'un cylindre surmonté d'un goulot de forme "liquidotroïdale". Si la bouteille est à l'endroit, on mesure 14 cm de liquide et, si elle est à l'envers, on mesure 11 cm d'air.

Combien contient-elle de liquide ?

Exercice n° 4 : (8 points)

Avoir le Ticket

A l'ouverture d'un musée, à dix heures, cinq personnes attendent devant le guichet.

L'employé distribue un billet par personne. Il a besoin de trente secondes pour délivrer un billet. Cependant, toutes les quarante secondes une personne s'ajoute à la file d'attente.

Combien de billets l'employé va-t-il délivrer avant qu'il n'y ait plus personne dans la file d'attente ? Quelle heure sera-t-il alors ?

Répondre aux mêmes questions s'il y avait eu, à l'ouverture, vingt personnes dans la file d'attente.

Exercice n° 5 : (5 points)

Puissance 3

Après avoir observé que :

1 = 1

3 + 5 = 8

7 + 9 + 11 = 27

13 + 15 + 17 + 19 = 64,

écrire la somme des nombres impairs consécutifs donnant 512.

Exercice n° 6 : (5 points)

L'exo de l'année

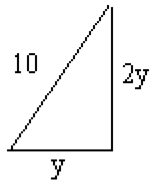
Un nombre entier est tel qu'en lui ajoutant 29 on obtient un carré et qu'en lui retranchant 60 on obtient encore un carré. Quel est ce nombre ?

Exercice n° 7 : (5 points)

QCM

page suivante

QCM 1 La figure ci-contre représente un triangle rectangle dont un côté mesure le double d'un autre.
L'aire de ce triangle, en unités d'aires, est :



(A) (B) 20 (C) $\frac{100}{3}$ (D) 40 (E) 50 .

QCM 2 Un automobiliste parcourt la distance entre deux villes à la vitesse moyenne de 60 km/h à l'aller. Il veut tenir une vitesse moyenne de 80 km/h sur le trajet aller et retour.
Au retour sa vitesse moyenne, exprimée en km/h, sera :

(A) 70 (B) 90 (C) 100 (D) 120 (E) impossible à déterminer avec ces données.

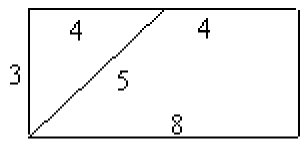
QCM 3 Le plus petit nombre possible d'enfants d'une famille pour que chaque enfant ait au moins un frère et au moins une soeur est :

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6.

QCM 4 Un bus met 33 minutes pour aller de la gare à l'aéroport tandis qu'un taxi met 15 minutes pour faire le même trajet. Un certain jour, le bus part de la gare pour l'aéroport à 11h53 et un taxi part à 12h05.
Le taxi double le bus à:

(A) 12h11 (B) 12h12 (C) 12h13 (D) 12h14 (E) 12h15.

QCM 5 Un rectangle de côtés 3 et 8 est coupé en deux morceaux comme indiqué sur la figure ci-contre.



Ces deux morceaux peuvent s'assembler pour former un triangle rectangle dont l'un des côtés aura pour longueur :

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 9.

QCM 6 Les quatre premiers juges d'une compétition donnent à Frédéric les notes :
4,5 ; 4,6 ; 4,7 ; 5.
Pour que la moyenne de ses cinq notes soit 4,8 le cinquième juge devra attribuer la note :

(A) 4,8 (B) 4,9 (C) 5,0 (D) 5,1 (E) 5,2.

QCM 7 125 cubes d'arête 1 cm sont assemblés et forment un cube de 5 cm d'arête. Le nombre de petits cubes ayant exactement 4 faces en commun avec d'autres petits cubes est :

(A) 24 (B) 30 (C) 36 (D) 48 (E) 60.

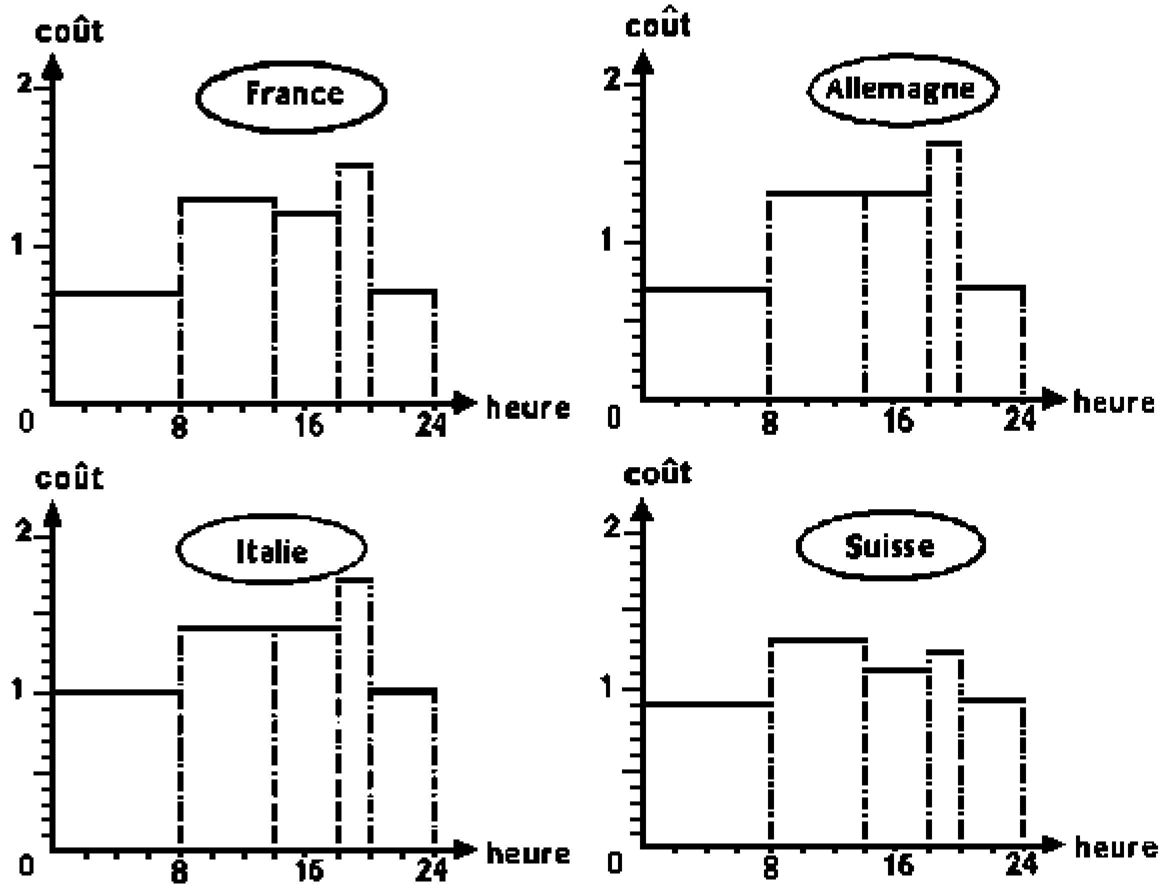
QCM 8 Un candidat a passé un test. Il a d'abord répondu à 10 questions sur lesquelles 9 réponses étaient justes. Puis il a répondu aux autres questions du test et il en a réussi les trois dixièmes.
Sur l'ensemble du test, 50% de ses réponses ont été bonnes.
Le nombre de questions du test était :

(A) 40 (B) 20 (C) 50 (D) 30 (E) 60.

Exercice n° 8 : (8 points)

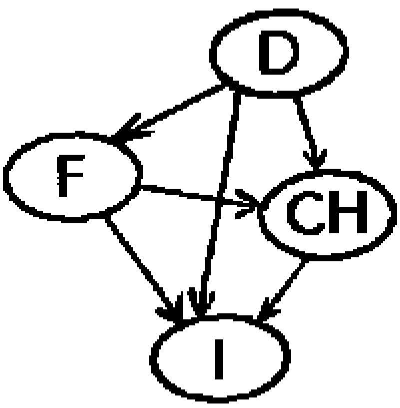
L'Europe électrique

Les réseaux électriques des pays européens sont interconnectés. Cela permet à des pays voisins d'échanger de l'énergie électrique qui est difficile à stocker, mais facile à transporter.



Les quatre graphiques ci-dessus donnent, pour quatre pays européens, les coûts de production selon les tranches horaires d'une journée. Ces coûts dépendent de la façon dont l'électricité est produite par des centrales hydrauliques, nucléaires ou thermiques.

Chaque pays détermine le prix de vente de son électricité en augmentant son coût de production de 20 %. Tout pays peut acheter à un pays voisin, si son propre coût de production dépasse le prix de vente de l'électricité produite par ce voisin.



Établir sur la feuille-réponse, pour chaque tranche horaire, un diagramme du type ci-contre où toutes les ventes possibles au cours de cette tranche seront représentées par des flèches.

Exercice n° 9 : (5 points)

Exo tangent

Tracer sur la feuille-réponse deux cercles de rayons 4 cm et 4,5 cm et dont la distance séparant les centres est de 10 cm.

Placer un point M, extérieur à ces deux cercles, tel que toute droite passant par M coupe au moins l'un des cercles.

Matérialiser et colorier les zones du plan dans lesquelles on peut choisir le point M.

Exercice n° 10 : (5 points)

Reconstruction

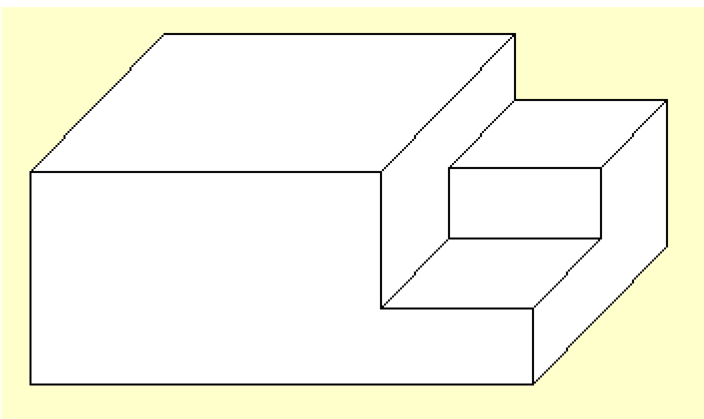
Sur la figure ci-contre, apparaissent le sommet A, le centre O du cercle circonscrit et le centre de gravité G d'un triangle ABC.

Décrire et réaliser une construction permettant de reconstituer un tel triangle. (*Décalquer sur la feuille-réponse les trois points A, O et G*).

Partie Spéciale Troisième

Exercice n° 11 : (5 points)

Podium



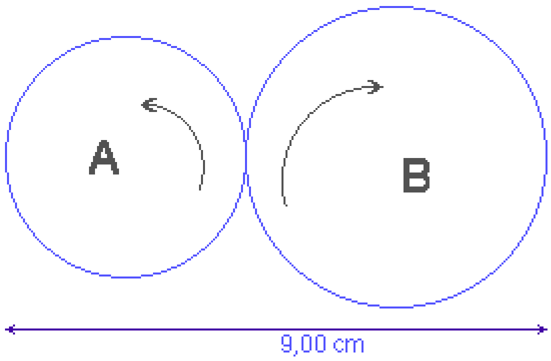
Le solide représenté ci-dessus est la maquette d'un podium. Il a été taillé dans un pavé droit dont la base est un rectangle de 7,5 cm sur 5 cm et dont la hauteur mesure 3 cm. Le dessus de chacune des deux marches de l'escalier est un carré de 2,5 cm de côté. Les contremarches mesurent 1 cm de hauteur.

Construire un patron de cette maquette.

Partie Spéciale Seconde

Exercice n° 11 : (5 points)

Ça tourne



La roue A tourne à 1200 t/min.
La roue B tourne à 1500 t/min.

Calculer le rayon des deux roues.

Exercice n° 12 : (12 points)

Histoires d'inverses

Le mathématicien hongrois W. Sierpinsky pense que pour tout entier naturel n supérieur à 1, on peut trouver trois entiers naturels x, y et z tels que : $\frac{5}{n}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}$

Ainsi pour n = 2, on a : $\frac{5}{2}=\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}$ ainsi x= 1, y = 1 et z = 2

pour n = 4, on a : $\frac{5}{4}=\frac{1}{1}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$ ainsi x= 1, y = 8 et z = 8

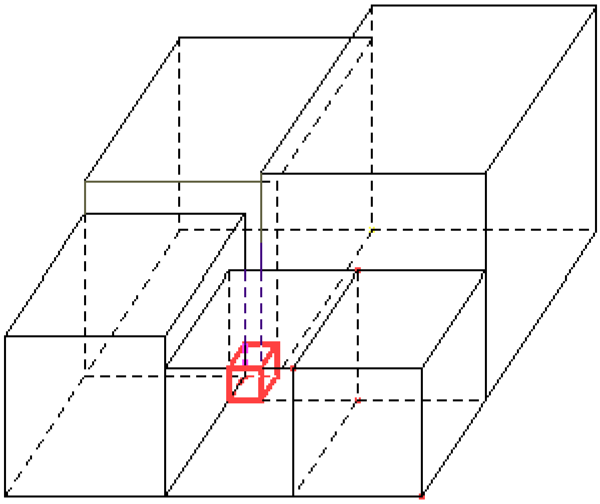
mais aussi une deuxième solution : $\frac{5}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ ainsi x= 2, y = 2 et z = 4

Vérifier la conjecture de Sierpinsky pour les valeurs de n suivantes : 3, 4, 5, 7, 11 et 18. Fournir, pour chaque valeur de n, le plus possible de solutions.

Présenter les solutions dans un tableau dans lequel les solutions pour une même valeur de n seront regroupées. Pour chacune des solutions, les nombres x, y, z seront rangés dans l'ordre croissant.

Exercice n° 13 : (8points)

Coincé ! Le cube

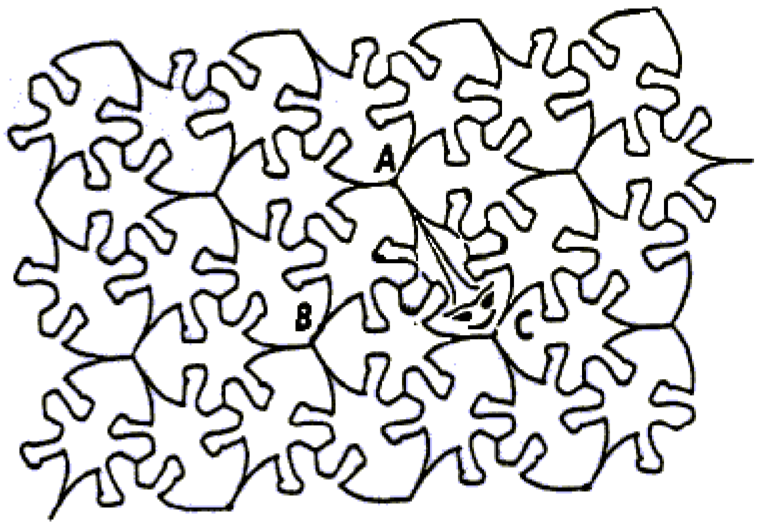


On a coincé un petit cube d'un centimètre-cube entre des gros cubes.

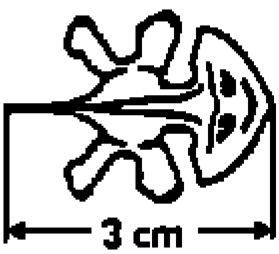
Calculer le volume du plus gros cube.

Exercice n° 14 : (5points)

Nid de reptiles



L'image ci-dessus représente un nid de reptiles d'une espèce rare : le "lacertus planus gregaris". Ils sont plats, ont tous exactement la même silhouette, la même taille et la propriété remarquable de pouvoir s'assembler sans laisser d'interstice.



L'individu qui a ouvert les yeux mesure exactement 3 centimètres de la pointe de son menton à l'extrémité de sa queue effilée.

Calculer l'aire de ce sympathique spécimen. (*On se servira utilement du triangle ABC*)